

# **STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST**

**Obor č. 2: Fyzika**

## **Bernoulliho míček**

**Jan Bednář**

**Jihomoravský kraj**

**Brno 2019**

# STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 2: Fyzika

## Bernoulliho míček

## Bernoulli's ball

**Autoři:** Jan Bednář

**Škola:** Gymnázium Matyáše Lercha, Brno, Žižkova 55, příspěvková organizace, Žižkova 55, 60200 Brno

**Kraj:** Jihomoravský kraj

**Konzultant:** doc. RNDr. Zdeněk Bochníček, Dr., RNDr. Pavel Konečný, CSc.

Brno 2019

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou práci SOČ vypracoval samostatně a použil jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu bibliografických záznamů.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších předpisů.

Pokud není uvedeno jinak, obrázky byly vytvořeny autorem práce.

V Brně dne 22. února 2019 .....

Jan Bednář

## **Poděkování**

Tímto bych poděkovat doc. RNDr. Zdeňku Bochníčkoví, Dr. za odborné vedení, trpělivost a ochotu, kterou mi v průběhu zpracování mé středoškolské odborné činnosti věnoval. Mé poděkování patří také RNDr. Pavlu Konečnému, CSc. za cenné rady, odbornou konzultaci a propůjčení potřebného vybavení.

## **Anotace**

Tato práce SOČ vyvrací často používané vysvětlení jevu levitujícího míčku, zvaného též Bernoulliho míček. Prokazuje nesprávnost předpokladu, že v dmychadlem urychleném proudu vzduchu dochází podle Bernoulliho rovnice k poklesu tlaku vzduchu. Zkoumá původ sil působících na míček vznášející se ve vzdušném proudu. Výsledkem práce je experimentální důkaz souvislosti mezi silou působící na kouli a změnou hybnosti proudícího vzduchu, což je důkaz pro správné vysvětlení tohoto jevu.

## **Klíčová slova**

Bernoulliho rovnice, Bernoulliho míček, proudění vzduchu, druhý Newtonův zákon, třetí Newtonův zákon

## **Annotation**

This SPA refutes the often-used explanation of the phenomenon of a levitating ball, also called the Bernoulli's ball. It disproves the assumption that following the Bernoulli's equation the pressure drops inside of an air stream generated by an air-blower. It investigates the origin of forces acting on a ball floating in an air jet. The result is an experimental evidence of the connection between the force acting on the ball and the change of the momentum of the flowing air, which proves the correct explanation of this phenomenon right.

## **Keywords**

Bernoulli's equation, Bernoulli's ball, airflow, Newton's second law, Newton's third law

# Obsah

1	Úvod .....	8
2	Teoretický úvod do experimentu.....	9
2.1	Důležité veličiny a rovnice .....	9
2.1.1	Rovnice kontinuity .....	9
2.1.2	Bernoulliho rovnice.....	10
2.1.3	Druhý Newtonův pohybový zákon .....	11
2.1.4	Třetí Newtonův pohybový zákon.....	11
2.2	Důležité jevy a efekty .....	12
2.2.1	Coandův efekt .....	12
2.2.2	Magnusův jev .....	12
3	Použité přístroje.....	14
3.1	Zdroj proudu vzduchu .....	14
3.2	Siloměry.....	14
3.3	Anemometr .....	14
3.4	Dýmostroj .....	15
4	Teoretické vysvětlení příčiny zkoumaného jevu.....	15
4.1	Vyvrácení vysvětlení pomocí Bernoulliho rovnice.....	15
4.2	Experimentální důkaz rovnosti tlaků.....	16
4.3	Správné vysvětlení.....	19
5	Praktická část práce .....	20
5.1	Prováděná měření .....	20
5.1.1	Měření síly působící na kouli .....	20
5.1.2	Nastavení výkonu fukaru podle frekvence produkovaného zvuku .....	20
5.1.3	Měření průtoku vzduchu fukarem .....	21
5.1.4	Směr a tvar proudění .....	24
5.1.5	Hybnost .....	24
5.2	Vliv Magnusova jevu na průběh experimentu.....	26
5.2.1	Zatížení koule .....	27
5.2.2	Rychlost otáčení koule .....	27
5.2.3	Vliv rotace na maximální možné naklonění fukaru .....	28
5.2.4	Pozice koule v závislosti na rotaci a výkonu fukaru .....	28
5.2.5	Posouzení vlivu rotace .....	30

5.3	Měření síly vtahující kouli do středu proudění.....	30
5.3.1	Úhel odklonění vzdušného proudu.....	32
5.4	Experiment po naklonění fukaru .....	33
5.4.1	Měření úhlů .....	33
5.4.2	Síla držící kouli ve vzduchu .....	34
6	Závěr.....	39
7	Použitá literatura .....	40
8	Seznam obrázků, tabulek a grafů .....	40

# 1 ÚVOD

Snad každý z nás se již někdy setkal s tímto experimentem, možná si ho i sám zkusil provést. S pomocí fénu na vlasy jsme nechali levitovat pingpongový míček. Zpočátku na tom nebylo nic zvláštního – fén směřujeme vzhůru, takže si dokážeme představit, že vzduch z fénu asi nějak tlačí zespodu na míček a nedovoluje mu spadnout. Překvapení nastalo pravděpodobně ve chvíli, kdy jsme fén naklonili. Míček neodletěl pryč ani nespadol na zem, místo toho se stále vznášel v proudu vzduchu. Ten na něj ale už netlačil přímo zespodu nýbrž ze strany. Je zřejmé, že prosté vysvětlení tohoto děje skrze „tlačící“ vzduch jako před nakloněním fénu zde není dostačující.

Pokud vyhledáme na Googlu obrázky vysvětlující tento jev, setkáváme se především s vysvětlením, že podle Bernoulliho rovnice je tlak uvnitř vzdušného proudu nižší než tlak okolního vzduchu. Když dojde k vychýlení míčku z proudu, měl by na jeho část vně proudění působit vyšší tlak než na část uvnitř proudu. Výsledná vztaková síla má udržet míček ve vzduchu. Přednášky založené na tomto chybném předpokladu nalezneme např. na serveru YouTube<sup>1</sup>, kdy v jednom případě se jedná o univerzitní přednášku.

Nicméně vysvětlení pomocí rozdílu tlaků vyplývajícího z Bernoulliho rovnice je chybné. Tato rovnice vychází ze zákona zachování mechanické energie. Pokud však použijeme dmychadlo k tomu, abychom urychlili původně statický vzduch, pak tato urychlená masa vzduchu bude mít vyšší celkovou mechanickou energii než okolní statický vzduch. Nejedná se tedy o stejnou situaci, jako když např. kapalina proudí trubkou, jež je v jednom úseku zúžená, čímž dochází ke zrychlení proudění kapaliny a poklesu jejího tlaku v tomto úseku.

Na internetu nalezneme i správná objasnění tohoto jevu, např. zde<sup>2</sup>. Jedná se ovšem spíše o stručné teoretické vysvětlení bez jakýchkoliv fotografických či početních důkazů. Tato vysvětlení říkají, že se koule ve vzduchu udrží, jelikož vzduch, který ji obtéká, se na jejím povrchu stáčí směrem dolů, což má za následek vznik síly, která tlačí kouli směrem nahoru a vyrovnává tak gravitační sílu působící na kouli.

Zde se dostáváme k cíli této práce. Tím bylo dokázat správnost těchto vysvětlení, která se opírají pouze o předpokládané jevy, a to měřením a sledováním chování koule a vzdušného proudu kolem ní. Respektive doložit nesprávnost objasnění skrze Bernoulliho rovnici pro tlak v tekutině. Zároveň toho chceme dosáhnout za použití relativně běžného vybavení tak, aby byl experiment případně proveditelný i v prostředí středoškolské učebny.

<sup>1</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=2G4-pYkqOjI>, <https://www.youtube.com/watch?v=7XHohWDIUB0>

<sup>2</sup> <http://www.physics.org/interact/physics-to-go/bernoulli-balls/index.html>[10]



## 2 TEORETICKÝ ÚVOD DO EXPERIMENTU

### 2.1 Důležité veličiny a rovnice

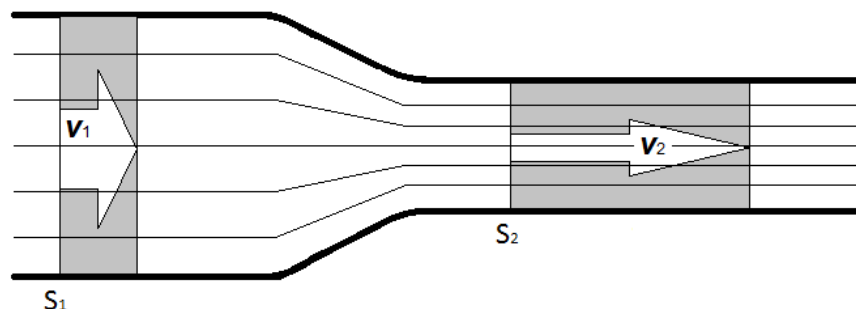
#### 2.1.1 Rovnice kontinuity

Pro tekutinu proudící uzavřenou trubicí udává rovnice kontinuity vztah mezi rychlostí proudění a obsahem průtočného průřezu trubice v daném místě. Hmotnost tekutiny, která projde daným průřezem za jednotku času, se značí jako hmotnostní průtok. Při ustáleném proudění vzduchu trubicí je jeho hmotnostní tok v libovolném kolmém průřezu proudové trubice konstantní. Z toho plyne, že při zachování stálé hustoty a zmenšení průtočné průřezu narůstá rychlost proudění a naopak (viz obrázek 1).

Použijeme tedy následující vyjádření rovnice kontinuity:

$$Q_m = S \cdot v \cdot \rho = \text{konst.}$$

Kde  $Q_m$  je hmotnostní průtok,  $S$  obsah kolmého průřezu trubicí,  $v$  rychlost proudění a  $\rho$  hustota tekutiny.



Obrázek 1: Grafické znázornění rovnice kontinuity [3]

Z rovnice vyplývá, že pokud se hustota tekutiny nemění, pak platí vztahy:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Kde význam veličin je zřejmý z obrázku 1.

Poměr plošných obsahů průřezů trubice je převrácený k poměru rychlostí proudění v místech průřezů.

Rovnici kontinuity využijeme při výpočtu objemového průtoku vzduchu fukarem poté, co jsme změřili rychlost proudění vzduchu nasávací trubicí fukaru. Využitím rovnosti poměrů získáme rychlost proudění vzduchu při ústí fukaru.

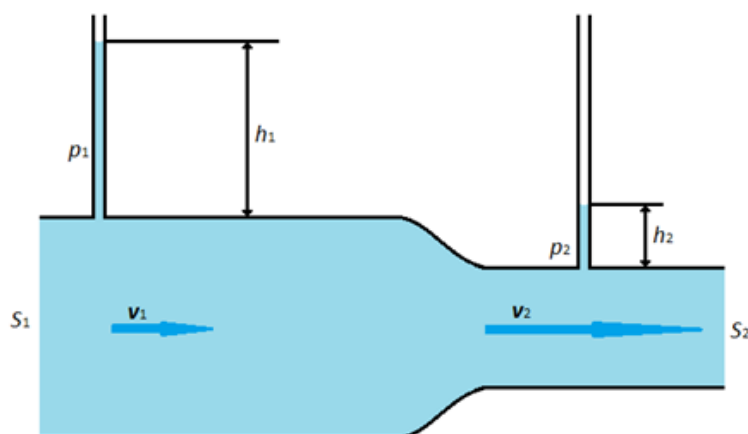
### 2.1.2 Bernoulliho rovnice

Bernoulliho rovnice vychází ze zákona zachování mechanické energie. Jestliže vodorovnou trubicí proudí tekutina, pak musí být podél jednotlivých proudnic součet její kinetické a tlakové potenciální energie ve všech místech trubice stejný. Pokud je trubice v určitém místě zúžena, bude tímto místem proudit tekutina rychleji. Tím se zvýší její kinetická energie a musí tedy poklesnout její tlaková potenciální energie. Tlak tekutiny v zúženém místě je proto nižší (viz obrázek 2).

Jedno z možných vyjádření Bernoulliho rovnice:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$$

Kde  $\rho$  je hustota tekutiny,  $v$  její rychlost a  $p$  tlak.



Obrázek 2: Grafické znázornění Bernoulliho rovnice [4]

Platí tedy rovnost:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

Kde význam veličin je zřejmý z obrázku 2.

### 2.1.3 Druhý Newtonův pohybový zákon

Newtonova formulace zákona:

„Jestliže na těleso působí síla, pak se těleso pohybuje zrychlením, které je přímo úměrné působící síle a nepřímo úměrné hmotnosti tělesa.“ [5]

Ve středoškolské fyzice se setkáváme především s touto formulací:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Kde  $\vec{F}$  je působící síla,  $m$  hmotnost tělesa a  $\vec{a}$  jeho zrychlení.

Obecně však bývá zákon formulován tak, že síla je rovna změně hybnosti v čase:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(m \cdot v)}{dt}$$

Kde  $F$  je působící síla,  $p$  hybnost tělesa a  $t$  čas, příp.  $m$  hmotnost tělesa a  $v$  jeho rychlost.

Tento zákon je pro experiment stěžejní, neboť síly působící na kouli budou vypočítány právě změnou hybnosti vzdušného proudu ve vertikální a horizontální ose.

### 2.1.4 Třetí Newtonův pohybový zákon

Newtonova formulace zákona:

„Proti každé akci vždy působí stejná reakce; jinak: vzájemná působení dvou těles jsou vždy stejně velká a míří na opačné strany.“ [5]

Jinak řečeno, jestliže těleso A působí určitou silou na těleso B, pak těleso B působí na těleso A silou opačnou.

Vyjádřeno rovnicí:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

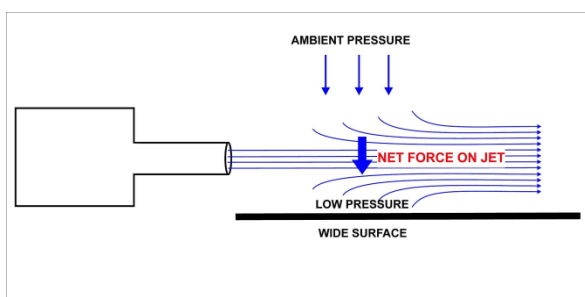
Kde  $\vec{F}_1$  značí sílu, kterou těleso A působí na těleso B a  $\vec{F}_2$  sílu, kterou těleso B působí na těleso A.

V průběhu experimentu dochází k odklonu proudu vzduchu a tím ke změně směru jeho hybnosti. Tuto změnu doprovází vznik síly působící na kouli ve směru opačném než je směr odklonu vzdušného proudu.

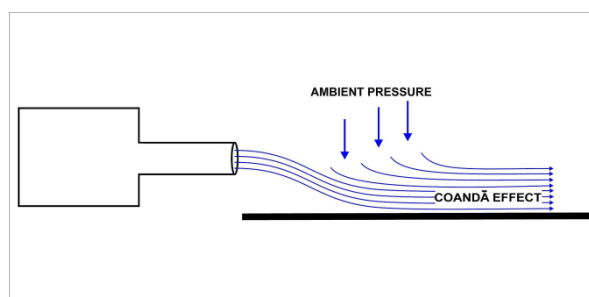
## 2.2 Důležité jevy a efekty

### 2.2.1 Coandův efekt

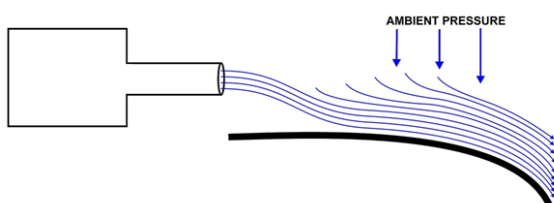
Henri Coandă na začátku 20. století popsal tendenci proudící tekutiny přilnout k povrchu, který obtéká. Proud vzduchu do sebe díky viskozitě nasává i okolní statický vzduch. Jestliže je v blízkosti proudění nějaké těleso, pak proudění nasaje do sebe vzduch z prostoru mezi ním a tělesem a dojde tak ke vzniku oblasti s nižším tlakem. Proud vzduchu je vtahován do oblasti podtlaku a je-li povrch blízkého tělesa konvexně zakřiven, snaží se proud vzduchu zakřivení sledovat.



Obrázek 3: Mezi vzdušným proudem a povrchem tělesa vzniká oblast nízkého tlaku [6]



Obrázek 4: Proud vzduchu vlivem rozdílu tlaků mění směr proudění a přilíná k povrchu tělesa [6]



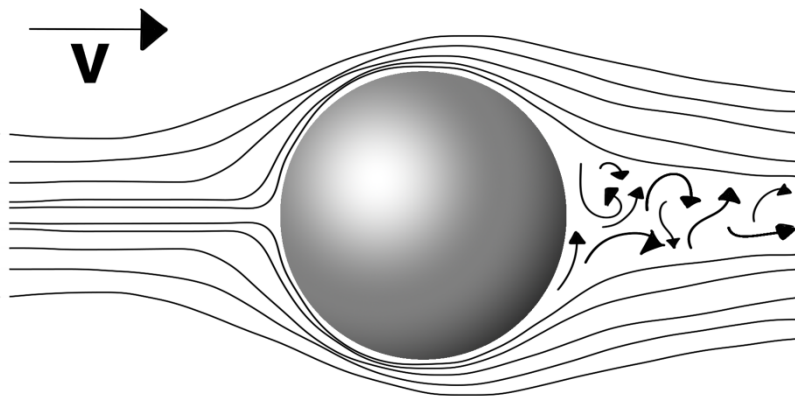
Obrázek 5: Vzdušnice sledují zakřivený povrch [6]

Právě Coandův efekt by měl být základem našeho experimentu (nikoliv Bernoulliho rovnice). Změnou směru proudu vzduchu dochází ke změně jeho hybnosti a podle zákona akce a reakce vzniká síla působící na kouli.

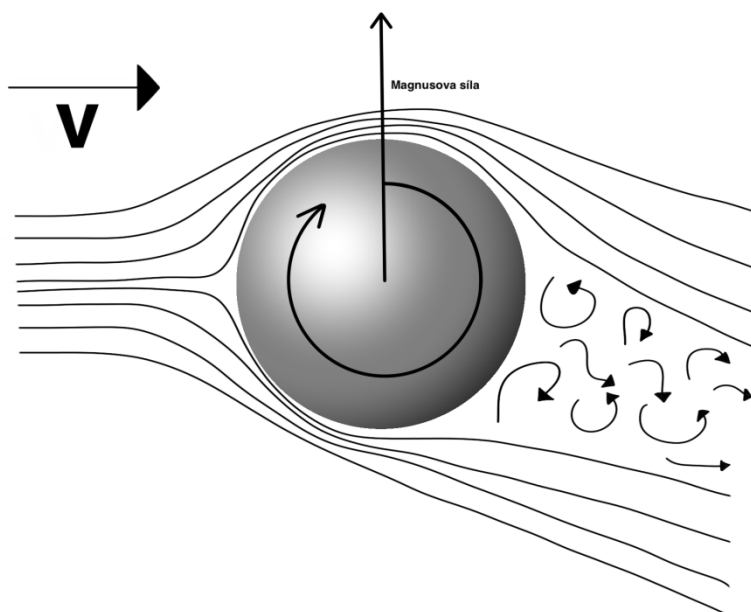
### 2.2.2 Magnusův jev

Pojmenován podle německého fyzika jménem Gustav Heinrich Magnus, jenž tento jev popsal v roce 1852. Důsledkem tohoto jevu je vznik síly působící na těleso rotující v proudu tekutiny. Když proudící vzduch obtéká nerotující kouli, letící molekuly vzduchu nejprve kopírují svou dráhou letu povrch koule, poté se od něj odtrhávají a pokračují ve svém letu dále. V případě nerotující koule je tento děj symetrický a za koule tak proud vzduchu pokračuje ve svém původním směru (viz obrázek 6), obvykle v turbulentním úplavu. Pokud koule rotuje, pak bude v místech, kde je směr pohybu jejího povrchu shodný se směrem proudění, relativní rychlost vzduchu vůči kouli nižší a molekuly vzduchu budou déle sledovat zakřivený povrch koule a odtrhávat se od něj později, než když koule nerotovala. Naopak

v místech, kde se povrch koule pohybuje proti směru proudění, dojde k odtržení molekul vzduchu od povrchu koule dříve. Takto dojde za koulí ke změně směru proudění (viz obrázek 7) vzduchu a podle zákona akce a reakce je tato změna doprovázena vznikem síly působící na kouli v opačném směru než je směr odklonění proudění.



Obrázek 6: Proudící vzduchu okolo nerotující koule s pravidelným povrchem



Obrázek 7: Proudící vzduchu okolo rotující koule s pravidelným povrchem. Změna směru toku proudění působí na kouli silou v opačném směru

## 3 POUŽITÉ PŘÍSTROJE

### 3.1 Zdroj proudu vzduchu

Jako zdroj vzdušného proudu byl použit obyčejný fukar na listí. Původně byla v místě ventilátoru fukaru pouze plastová mřížka a byl tak nasáván přímo okolní vzduch. Pro usnadnění měření průtoku vzduchu a zároveň zjednodušení manipulace s fukarem byla v místě mřížky připojena další trubice, kterou byl do fukaru nasáván vzduch (viz obrázek 8). Jelikož fukar na listí disponuje pouze základním ovládacím tlačítkem – zapnuto/vypnuto, byl zapojen do el. sítě přes transformátor. Díky tomu již bylo možné plynule ovládat výkon fukaru.



Obrázek 8: Fukar zapojený do el. sítě přes transformátor

### 3.2 Siloměry

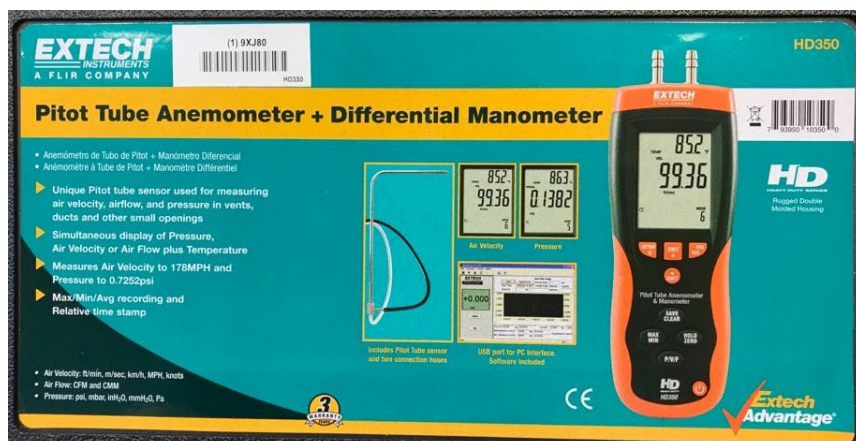
Byly používány siloměry značky Vernier s přenosný datalogger LabQuest<sup>3</sup> a také bezdrátové siloměry značky Pasco<sup>4</sup>, především kvůli možnosti uchycení na kovovou desku s pomocí magnetické destičky připojené k čidlu siloměru.

### 3.3 Anemometr

K měření rychlosti proudění vzduchu sloužil multifunkční přístroj, který byl anemometrem i manometrem (viz obrázek 9). Rychlost proudění měřil Prandtlovou trubicí – trubicí se dvěma otvory, jedním rovnoběžným s proudem vzduchu a druhým kolmým na proudění. Takto vlastně měřil rozdíl tlaků a z něj poté vypočítával rychlost vzduchu (viz obrázek 10).

<sup>3</sup> <http://www.vernier.cz/produkty/podrobne-informace/kod/DFS-BTA>

<sup>4</sup> <https://www.pasco.cz/bezdratove-senzory-pasco#senzory>



Obrázek 9: Informační štítek z původní krabice anemometru



Obrázek 10: Anemometr s připojenou Prandtlovou trubicí pro měření rychlosti vzduchu

### 3.4 Dýmstroj

Zahřáním propan-1,2,3-triolu, neboli glycerolu, vznikala v dýmstroji vznikala hustý dým, jenž byl při experimentech nasáván do fukaru za účelem zviditelnění vzdušného proudu.

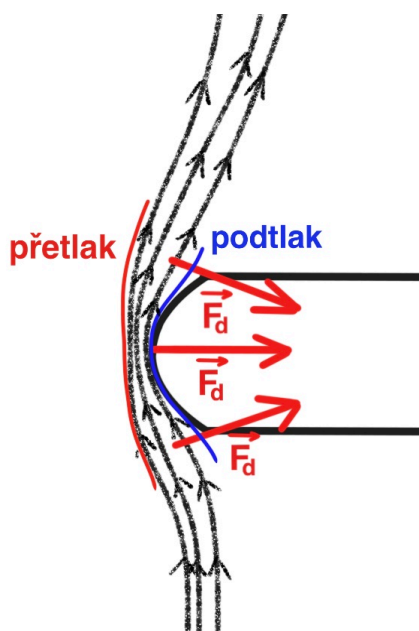
## 4 TEORETICKÉ VYSVĚTLENÍ PŘÍČINY ZKOUMANÉHO JEVU

### 4.1 Vyvrácení vysvětlení pomocí Bernoulliho rovnice

Bernoulliho rovnice je založena na zákoně zachování mechanické energie. Je zřejmé, že v případě, kdy uzavřenou trubicí proudí tekutina, musí být zachována její celková mechanická energie, a když se v libovolném místě zvýší její rychlost, musí v tomto místě klesnout její tlak.

V tomto experimentu je situace odlišná – vynaložíme energii, abychom fukarem urychlili část molekul ze statické masy vzduchu. Nelze tedy předpokládat, že mechanická energie urychlených molekul vzduchu zůstává stejná jako těch okolních statických. S nárůstem rychlosti proto nedochází k poklesu tlaku.

Při měření tlaku uvnitř proudu vzduchu ovšem snadno můžeme dojít k nesprávnému závěru. Jestliže použijeme trubici se zakřiveným zakončením, kolem nějž budou letící molekuly vzduchu měnit svou trajektorii – zatáčet, pak je dostředivá síla působící na tyto molekuly způsobena rozdílem tlaku v rámci proudu vzduchu. Tlak roste vně obloukové trajektorie proudu a v závislosti na tvaru zakončení trubice tak buďto měříme tento přetlak nebo naopak podtlak na vnitřní straně oblouku (viz obrázek 11).



Obrázek 11: Ilustrace gradientu tlaku jakožto původce dostředivé síly působící na molekuly vzduchu

## 4.2 Experimentální důkaz rovnosti tlaků

K dokázání, že uvnitř vzdušného proudu ústícího z fukaru není nižší tlak než v okolním statickém vzduchu, poslouží měření tlaku uprostřed proudění otevřeným U-manometrem<sup>5</sup>. Na jeden z jeho otvorů připevníme trubici, jejíž konec umístíme do středu proudění. Osa trubice a otvoru je kolmá na směr proudění vzduchu (viz např. obrázek 12). Druhý otvor zůstane v původním stavu a bude na něj působit okolní atmosférický tlak.

Pokud by byl konec trubice pouze kolmo umístěn do proudu vzduchu jako na obrázku 12, ukazoval by manometr skutečně uvnitř proudění podtlak (viz obrázek 13):



Obrázek 12: Způsob umístění konce trubice do proudu vzduchu



Obrázek 13: Je naměřen podtlak vůči atmosférickému tlaku

<sup>5</sup> Tato měření již dříve prováděl RNDr. Pavel Konečný, CSc., který mi tak byl inspirací



Ten je ale způsoben chováním molekul vzduchu při pohybu okolo trubice, jako je popsáno v kapitole 4.1. Zde je zakončení trubice umístěno na vnitřní stranu obloukové trajektorie molekul, tudíž výsledek měření odpovídá teoretickému předpokladu.

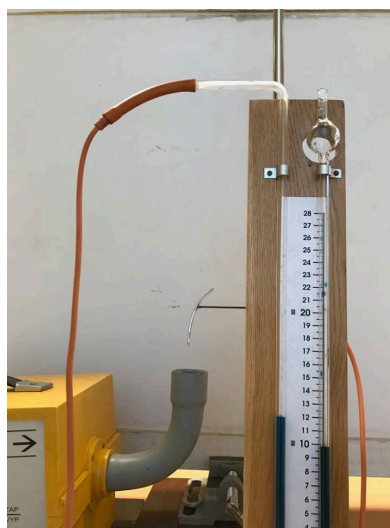
Tento jev může mít za následek, že někdo, kdo se rozhodne ověřit správnost použití Bernoulliho rovnice pro takovéto proudění, dojde k mylnému závěru, že rovnice v této situaci skutečně platí, neboť uvnitř proudění změřil nižší tlak než v okolí.

Když bude změněno zakončení trubice, můžeme se přesvědčit o jeho vlivu na naměřený tlak.

Použitím zakřivených plíšků jasně určíme tvar trajektorie toku vzdušného proudu. V obou případech jím je oblouk, avšak v prvním případě (viz obrázek 14) měříme podtlak (viz obrázek 15) na vnitřní straně oblouku, zatímco ve druhém případě (viz obrázek 16) měříme přetlak (viz obrázek 17) vně oblouku.



Obrázek 14: Tvar zakončení trubice způsobí změnu trajektorií letících molekul vzduchu



Obrázek 15: Uprostřed proudění je měřen podtlak

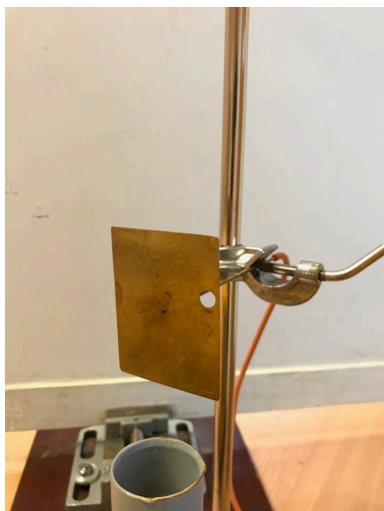


Obrázek 16: Tvar zakončení trubice způsobí změnu trajektorií letících molekul vzduchu

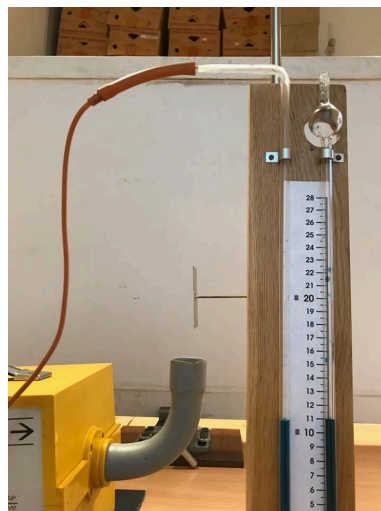


Obrázek 17: Manometr ukazuje přetlak v proudění

Teprve pokud zajistíme, aby molekuly vzduchu kolem otvoru hadice prolétaly vertikálně nahoru a nedocházelo k jejich zatáčení, bude skutečně měřen tlak uvnitř proudění (viz obrázky 19 a 21). Toho lze docílit tak, že bude otvor umístěn do nějakého většího povrchu rovnoběžného s prouděním vzduchu (viz obrázky 18 a 20), podobně jako byl dříve použit větší zakřivený povrch ke stočení proudu vzduchu.



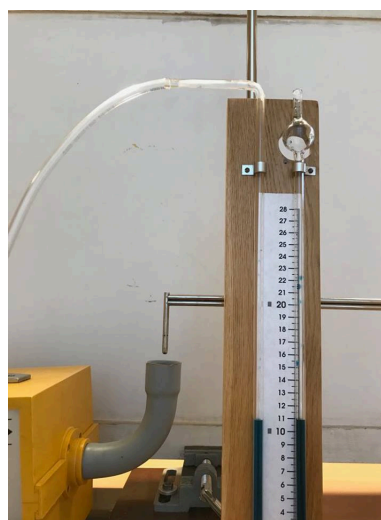
Obrázek 18: Plochá deska zajišťuje rovnou trajektorii letících molekul vzduchu



Obrázek 19: Tlak uvnitř proudu vzduchu je stejný jako okolní atmosférický tlak



Obrázek 20: Tlak je zde měřen otvory po stranách ukončení trubice



Obrázek 21: Uprostřed proudění není měřen podtlak

Z těchto měření je již jasně vidět, že tlak uvnitř proudění je skutečně stejný jako v okolním vzduchu a vysvětlení Bernoulliho rovnicí a rozdílem tlaků zde proto není správné.

### 4.3 Správné vysvětlení

Když je fukar nasměrován vzhůru a proudění vzduchu striktně vertikální, působí na kouli zespodu tlaková síla molekul vzduchu, které do ní narážejí a mění tak svou hybnost. Oproti tomu nad koulí vzniká prostor, kde je proud vzduchu koulí zastíněn a proudění je zde pomalejší a velmi turbulentní, takže tlak působící na kouli shora je menší než tlak působící zespod. Tímto dochází k vyrovnání gravitační síly působící na kouli.

V případě, že fukar nakloníme, dostane se těžiště koule pod střed vzdušného proudu. Důsledkem toho obtéká kouli vrchem více vzduchu než spodem. Přitom se projeví Coandův efekt odklánějící proudění ve směru zakřivení obtékaného povrchu. Jelikož rozložení objemu vzduchu obtékajícího kouli není symetrické, bude vzdušný proud za kouli odkloněn od svého původního směru, čímž dojde ke změně jeho hybnosti a tím vzniku síly působící na kouli ve směru opačném změně hybnosti. Na každou molekulu vzduchu obtékající kouli zároveň působí dostředivá síla, která je zapříčiněna rozdílem tlaku uvnitř proudění. U povrchu koule vzniká podtlak, který je větší na horní straně koule než na té spodní. To napomáhá udržení koule v proudu vzduchu. Kombinací těchto jevů a případně také minoritním vlivem Magnusovy síly vzniká výsledná síla, která má stejnou velikost jako síla gravitační a opačný směr, takže jejich výslednice je nulová a koule zůstává ve vzduchu.

## 5 PRAKTICKÁ ČÁST PRÁCE

Cílem experimentální části práce je nalezení souvislosti mezi změnou hybnosti proudění vzduchu a silou působící na kouli. Zaměříme se na horizontální a vertikální složku této síly. Horizontální složka síly hraje významnou roli v situaci, kdy je zdroj proudu vzduchu namířen přímo vzhůru a dojde k vychýlení koule ze středu proudění. Poté je zapotřebí právě boční síly, která vrací kouli zpět. Vertikální složku síly je důležité sledovat především tehdy, když dojde k naklonění zdroje proudění a koule tak již není zespod nadnášena narážejícími molekulami vzduchu.

### 5.1 Prováděná měření

K dosažení daného cíle je zapotřebí měřit síly působící na kouli, výkon dmyhadla – fukaru, objemový tok, resp. hybnost proudění a jeho směr.

#### 5.1.1 Měření síly působící na kouli

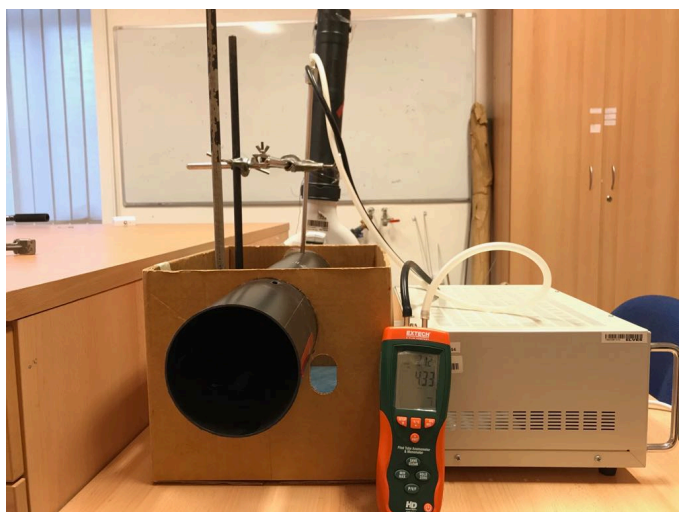
Přípevněním nitě na povrch koule a následným uchycením konce nitě na siloměr přímo změříme účinek vnějších sil na kouli. Tento způsob měření použijeme při experimentu s vertikálním prouděním k měření boční síly.

#### 5.1.2 Nastavení výkonu fukaru podle frekvence produkovaného zvuku

U použitého fukaru není možné přesně nastavit výkon. Ovládání transformátoru není dostatečně citlivé, aby stačilo nakreslit stupnici k otočnému knoflíku regulujícího výkon fukaru. Když se ventilátor roztočí a rozpohybuje vzduch, stává se zdrojem zvukového vlnění. Ačkoli spektrum frekvencí takto produkovaných zvukových vln je relativně široké, množství vln o jedné určité frekvenci vždy výrazně převažuje nad všemi ostatními měřitelnými frekvencemi. Použitím počítače a mikrofónu je možné sledovat spektrum frekvencí v reálném čase a nastavit podle toho výkon fukaru.

### 5.1.3 Měření průtoku vzduchu fukarem

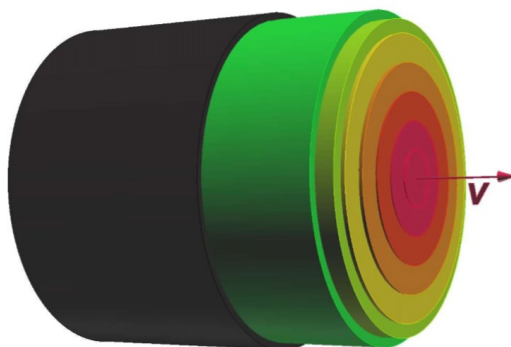
Přestože proudění vzduchu v přívodové trubce fukaru není striktně laminární, je nutné zohlednit, že jeho rychlost není stejná v celém průřezu trubkou. Dá se očekávat, že rychlost proudění bude nejvyšší ve středu trubky a nejnižší u jejích okrajů, jako by tomu bylo v případě laminárního proudění, avšak vlivem turbulencí nebudou rozdíly v rychlostech tak velké. Pro výpočet průtoku je použita forma diskretní integrace, kdy v několika bodech na úsečce vedoucí ze středu trubky k jejímu okraji postupně změříme rychlost vzduchu (viz obrázky 22 a 23), která bude následně vždy uvažována pro obsah jednoho celého mezikruží (ve středu trubky to byl kruh) v kruhovém průřezu trubkou. Výška mezikruží odpovídá dráze, kterou urazí vzduch proudící touto oblastí za jednu sekundu (tzn. změřená rychlost). Tímto vzniklé těleso má vždy takový objem, jaký proteče obsahem onoho mezikruží v průřezu trubkou za jednu sekundu. Když sečteme objemy všech těchto těles, získáme celkový průtok vzduchu trubkou za jednu sekundu (viz obrázek 24). Hledanou střední hodnotu rychlosti vzduchu určíme jako výšku válce s podstavou o poloměru shodném s vnitřním poloměrem trubky a objemem stejným jako je objem průtoku vzduchu za sekundu (viz obrázek 25).



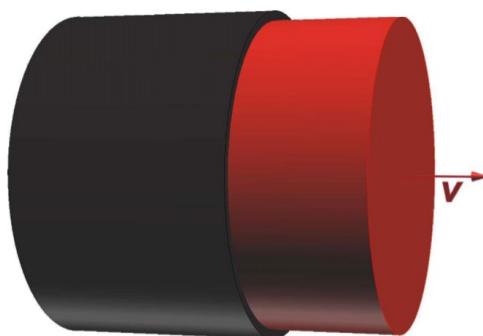
Obrázek 22: Proměrování profilu rychlosti vzduchu proudícího nasávací trubicí fukaru



Obrázek 23: Pohled na zakončení Prandtlovy trubice zavěšené uvnitř trubky fukaru



Obrázek 24: Model znázorňující profil rychlosti proudícího vzduchu



Obrázek 25: Model válce vzduchu, který byl po vypočítání střední rychlosti proudění použit pro další výpočty

Výpočet střední rychlosti proudění:

$$S_k = \pi \cdot (r_k^2 - r_{k-1}^2); k \in \{1; 2; \dots; 7\}$$

$$\dot{V} = \sum_{k=1}^7 (S_k \cdot v_k) = S \cdot v$$

$$v = \frac{S_1 \cdot v_1 + S_2 \cdot v_2 + \dots + S_7 \cdot v_7}{S}$$

Zde je  $r_k$  poloměr větší kružnice  $k$ -tého mezikruží (resp. poloměr kruhu pro  $k=1$ , poté jsou mezikruží číslována směrem od středu),  $S_k$  jeho obsah a  $v_k$  rychlost proudění vzduchu v této oblasti. Obsah průřezu trubice vyjadřuje  $S$ , střední rychlost proudění  $v$  a objemový průtok  $\dot{V}$ .

Tabulka 1: Rychlostní profil proudění vzduchu kolmým průřezem nasávací trubice

<b>K</b>	<b><math>v_k[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]</math></b>	<b><math>r_k[\text{m}]</math></b>
<b>0</b>	0	0
<b>1</b>	4,98	0,01
<b>2</b>	4,96	0,02
<b>3</b>	4,95	0,03
<b>4</b>	4,91	0,04
<b>5</b>	4,79	0,05
<b>6</b>	4,65	0,055
<b>7</b>	4	0,0575

$$v = 4,77 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Když získáme střední rychlost proudění vzduchu před nasáním do fukaru (dále  $v_n$ ), použijeme tuto rychlost pro výpočet střední rychlosti proudění vzduchu při jeho ústí ( $v_u$ ). Změřenou střední rychlost proudění a plošné obsahy průřezů nasávací trubice ( $S_n$ ) a ústí fukaru ( $S_u$ ) stačí dosadit do vztahu vyplývajícího z rovnice kontinuity, kde hledanou střední rychlostí proudění při ústí fukaru je neznámá  $v_u$ .

$$v_u = \frac{S_n \cdot v_n}{S_u}$$

$$v_u \cong 17,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Odtud vypočítáme hybnost  $p$  masy vzduchu o hmotnosti  $m$ , která proteče fukarem rychlostí  $v_u$  za jednotku času:

$$\dot{p} = \dot{m} \cdot v_u$$

Uvažujeme, že tato masa má tvar válce o podstavě odpovídající ploše  $S_u$  a výšce odpovídající rychlosti proudění  $v$   $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , resp. dráze  $s$ , kterou proud vzduchu urazí za jednu sekundu (takto získáme ve výsledku správnou jednotku rychlosti –  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ):

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot S_u \cdot v_u \cdot t$$

$$p = \rho \cdot S_u \cdot v_u^2 \cdot t$$

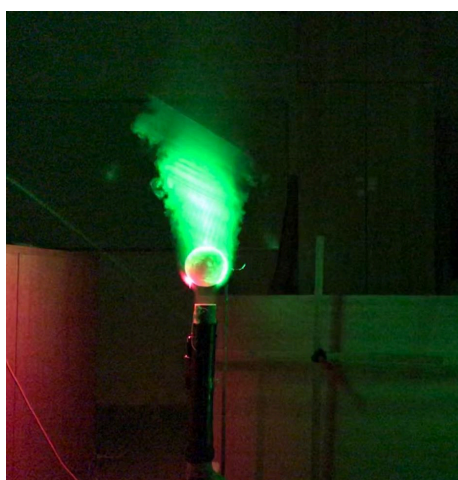
$$p = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 2,83 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot (17,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 \cdot 1 \cdot \text{s} \cong 1,04 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Jak plyne z rovnice, je důležité snažit se změřit rychlost proudění vzduchu co nejpřesněji, neboť se v rovnici vyskytuje její kvadrát a chyba měření se tak projeví ještě výrazněji.

### 5.1.4 Směr a tvar proudění

Ke zviditelnění vzdušného proudu lze použít nitě, jejichž konce upevníme buďto okolo ústí fukaru nebo na samotnou kouli. Nitě poté necháme vlát ve vzdušném proudu. Tato metoda však není příliš přesná.

Lepších výsledků dosáhneme, když do fukaru necháme společně s okolním vzduchem nasávat do fukaru hustý dým produkovaný dýmstrojem. K výraznému zlepšení pozorování pomůže laser, jenž je za pomoci skleněné trubičky rozptýlen z přímky do roviny. V libovolné rovině tak jasně nasvítí glycerolový dým (viz obrázek 25).



Obrázek 26: Proud vzduchu zvýrazněný glycerolovým dýmem a nasvícený laserem

### 5.1.5 Hybnost

Jelikož pro výpočet síly stačí znát hybnost proudu vzduchu, není třeba v takovém případě měřit rychlost vzduchu, jestliže je možné měřit přímo jeho hybnost. Měření je provedeno umístěním polystyrenové desky kolmo vůči proudu vzduchu. Po nárazu vzduchu na desku tak dojde k poklesu jeho hybnosti v původním směru na nulu. Této změně hybnosti odpovídá síla působící na desku. Správné nastavení desky je provedeno nejprve „podle oka“ za použití glycerolu a laseru, poté je poloha desky případně drobně upravena při zapnutém fukaru, měněním jejího náklonu a sledováním velikosti síly měřené na siloměru. Hledaná poloha je ta s největší naměřenou silou. Tato síla musí být nějak změřena.

#### 5.1.5.1 Použití desky umístěné na konec otočného ramene

Polystyrenová deska čtvercového tvaru je upevněna na konec rybářského prutu a prut ukotven do stojanu tak, aby se stále mohl otáčet „nahoru a dolů“. Na opačném konci prutu jsou umístěna závaží tak, aby došlo k vyrovnání síly, kterou deska tlačí prut na svém konci dolů. Prut je v rovnováze, takže zůstával ve vodorovné pozici (viz obrázek 26). Když je v této fázi umístěna deska kolmo nad ústí fukaru a fukar zapnut (bez použití koule), silící proud vzduchu ji zvedá nahoru. Díky laseru a glycerolu lze snadno ověřit, že skutečně všechen fukarem zrychlený vzduch naráží na desku. Na druhý konec prutu je pevně zavěšen digitální siloměr



přípevněný ke stojanu, takže při opětovném působení síly na desku se již deska nepohybuje směrem vzhůru, ale je možné měřit moment síly působící v místě siloměru (viz obrázek 27).

Při znalosti ramen sil a velikosti síly měřené siloměrem stačilo trojčlenkou dopočítat velikost síly působící na desku:

$$M_1 = M_2$$

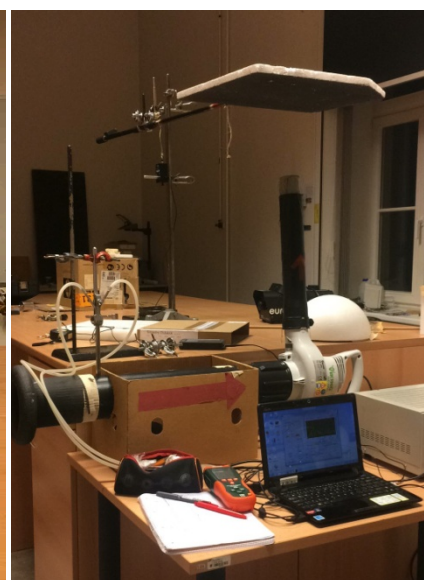
$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot d_1}{d_2}$$

Kde  $M$  je moment síly,  $F_1$  a  $F_2$  působící síly a  $d_1$  a  $d_2$  odpovídající ramena sil.



Obrázek 27: Deska připevněná na konec prutu, jehož druhý konec je zavěšen na siloměr



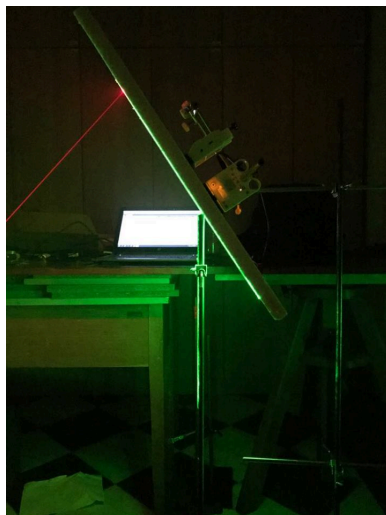
Obrázek 28: Měření síly, kterou vzduch působí na desku

Nevýhodou takto sestavené aparatury jsou její rozměry a především složitá manipulace při nastavování desky kolmo vůči proudu vzduchu.

### 5.1.5.2 Použití desky přímo připevněné k siloměru

Umístěním siloměru na desku ze strany opačné, než na ni působí proud vzduchu, umožní měřit přímo sílu, jíž vzduch na desku tlačí. Zde je nutné použít siloměr značky PASCO, na jehož čidlo mohla být připevněna magnetická destička. Doprostřed polystyrenové desky nalepíme menší kovovou desku a na ní magnetickou silou uchytíme siloměr. Tato aparatura je mnohem menší a lépe polohovatelná. Její nevýhodou je, že proudící vzduch způsobuje na desce vibrace a z výsledného grafu je proto obtížné zjistit velikost působící síly. Ke zpřesnění měření pomůže instalace druhého siloměru. Experimentálně zjišťujeme, že nejefektivnější je v tomto případě umístit siloměry do tvaru písmene „T“ (viz obrázek 28). Poté je velikost působící síly rovna součtu sil naměřených na obou siloměrech.

Ačkoliv druhý siloměr napomohl zmírnění vibrací, výsledný graf zůstal obtížně čitelný. Teprve využitím funkce „vyhlazení grafu“, jež numerickým středováním dat potlačuje statistický šum způsobený ne zcela odstraněnými vibracemi, bylo možné získat sledovanou velikost síly.



Obrázek 29: Magnetické siloměry umístěné na desku

### 5.1.5.3 Volba vhodné koule

V tom nejběžnějším provedení tohoto experimentu s levitujícím míčkem se setkáváme s fénem na vlasy jakožto zdrojem rychle proudícího vzduchu a pingpongovým míčkem jakožto Bernoulli ball-em. K dispozici pro měření je fukar na listí o zcela jiných rozměrech a výkonu, a proto je potřeba přijít na to, jaká velikost koule bude nevhodnější pro prováděná měření. Průměr ústí fukaru je 6 centimetrů. Ukazuje se, že míčky s průměrem menším než 6 centimetrů jsou příliš nestabilní a kmitavým pohybem neustále mění svou polohu v proudu vzduchu. Zároveň pak při naklonění fukaru brzy dochází k jejich úplnému vychýlení a předčasnému ukončení pokusu. Příliš velké koule jsou zbytečně těžké, takže je zapotřebí vysokého výkonu fukaru a zároveň se koule vznáší ve větší vzdálenosti od ústí fukaru, což je při pokusu nepraktické. Jako ideální se ukazuje polystyrenová koule o průměru 12 centimetrů, tedy dvakrát větším než průměr ústí fukaru.

## 5.2 Vliv Magnusova jevu na průběh experimentu

Během experimentu pozorujeme, že krátce po jeho zahájení se koule v proudu vzduchu začne točit. Jelikož je těžiště koule vlivem gravitace po naklonění fukaru níže než pomyslný střed vzdušného proudění, roztáčí se vždy právě jedním směrem, rovnoběžným se směrem tohoto proudění. Při takovémto ději by se měl projevit Magnusův efekt. Nabízí se tak otázka, jak velký má Magnusův efekt vliv na chování koule a tím i průběh celého experimentu.

### 5.2.1 Zatížení koule

Za účelem zkoumání Magnusova jevu upravíme dvě polystyrenové koule o průměru 12 cm a to tak, že do obou vložíme kovová závaží o stejné hmotnosti. U jedné z nich je závaží umístěno do díry na povrchu koule, zatímco do druhé vyvrtáme otvor až do jejího těžiště a závaží vložíme tam. Koule zatížená na jejím povrchu se při použití v experimentu nezačíná točit, což je zapříčiněno výrazným posunutím jejího těžiště. Chování druhé koule se pro účely experimentu výrazně nemění, protože umístěním závaží přímo do těžiště nedojde k jeho posunutí. Tato koule je zatížena pouze proto, aby její výsledná hmotnost byla stejná jako hmotnost té druhé koule a závěr vyvozený z experimentu byl tak věrohodnější.

### 5.2.2 Rychlost otáčení koule

Měříme rychlost otáčení koule v krajní poloze naklonění fukaru. Na povrchu koule je určen a zvýrazněn jeden bod, který se při její rotaci pohybuje ve směru proudění vzduchu kolem ní. Mobilním telefonem je pořízen zpomalený videozáznam rotující koule (viz obrázek 29), a tím přesně určen čas, za který vykoná bod na povrchu koule právě jednu otáčku, respektive dobu trvání jedné celé otáčky koule. Ta trvá 0,26 sekundy.

Úhlová rychlost:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0,26 \text{ s}} \cong 24,17 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Kde  $\omega$  je úhlová rychlost,  $\varphi$  úhel opsaný bodem na povrchu koule a  $t$  čas otáčení.

Rychlost bodu na povrchu koule:

$$s = 2\pi r = 2\pi \cdot 0,06 \text{ m} \cong 0,377 \text{ m}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{0,377 \text{ m}}{0,26 \text{ s}} \cong 1,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Kde  $v$  je rychlost bodu,  $s$  dráha jeho pohybu odpovídající obvodu koule a  $t$  doba trvání pohybu. Jedná se o nejvyšší povrchovou rychlost, směrem k pólům koule rychlost klesá.



Obrázek 30: Snímek pochází z videa, jež bylo použito ke změření rychlosti otáčení koule

Vzduch proudící okolo koule se pohybuje rychlostí okolo  $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , takže povrchová rychlost koule dosahuje nanejvýš zhruba 10 % rychlosti okolního proudění. Za těchto podmínek nelze očekávat, že rotace koule bude mít významný vliv na výslednou vztlakovou sílu, což se v následujících experimentech potvrdilo.

### 5.2.3 Vliv rotace na maximální možné naklonění fukaru

Sledujeme, jestli se otáčející se koule při postupném naklání fukaru udrží déle ve vzduchu. V okamžiku, kdy koule spadne, je změřena vzdálenost ústí fukaru od podložky (což bylo jednodušší než měřit úhel naklonění fukaru). Experiment provedeme pětkrát pro každou kouli. Výsledkem je, že rotace koule sice umožňuje větší naklonění fukaru, ovšem rozdíl vzdálenosti ústí fukaru od podložky činí řádově desítky centimetrů, maximálně pak 1,6 cm, dokonce ne vždy to je více než u nerotující koule.

### 5.2.4 Pozice koule v závislosti na rotaci a výkonu fukaru

Podle tyče s vyznačenými vzdálenostmi od ústí fukaru je určena pozice koule v průběhu experimentu. Pozice obou koulí jsou následně porovnávány. Vždy nastavíme výkon fukaru tak, aby se koule ustálila v nějaké vzdálenosti od ústí fukaru, zaznamenáme rychlost nasávaného vzduchu ve středu trubky a na tyči změříme vzdálenost koule od ústí fukaru. Z obrázku 30 jasně vyplývá, že není měřena přímo vzdálenost koule od fukaru, ale tato vzdálenost je promítána na stupnici tyče a měřena takto vzniklá vzdálenost. Měřit skutečnou vzdálenost není nutné, jelikož jde pouze o porovnání pozice rotující a nerotující koule při stejném výkonu fukaru. Z výsledného grafu lze vyvodit závěr, že za stejného výkonu fukaru je v případě rotující koule vzdálenost od ústí fukaru větší než u té nerotující.



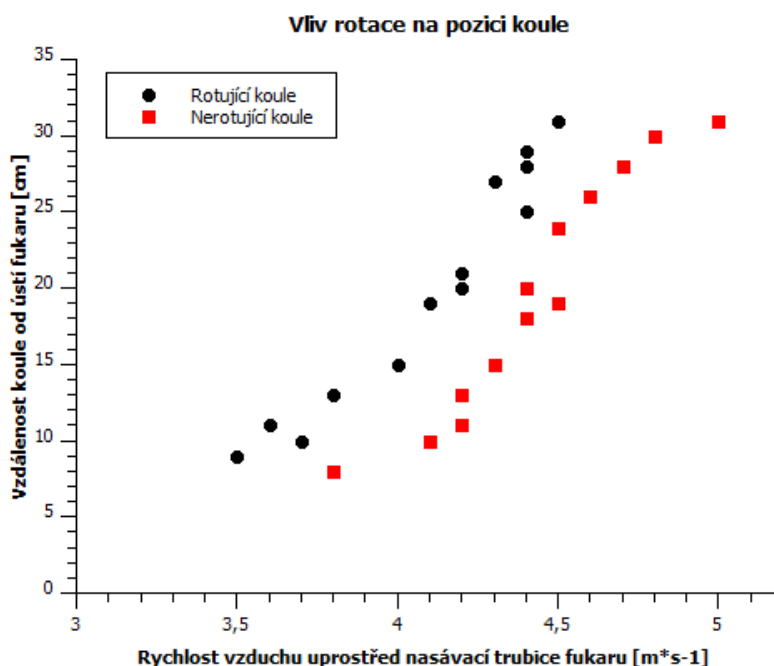
Obrázek 31: Měření pozice koule vzhledem k ústí fukaru

Tabulka 2 (vlevo): Vzdálenost rotující koule od ústí fukaru v závislosti na průtoku vzduchu měřeném ve středu nasávací trubice

Tabulka 3 (vpravo): Vzdálenost nerotující koule od ústí fukaru v závislosti na průtoku vzduchu měřeném ve středu nasávací trubice

Průtok [m·s <sup>-1</sup> ]	Vzdálenost [cm]
3,5	9
3,6	11
3,7	10
3,8	13
4	15
4,1	19
4,2	20
4,2	21
4,3	27
4,4	25
4,4	28
4,4	29
4,5	31

Průtok [m·s <sup>-1</sup> ]	Vzdálenost [cm]
3,8	8
4,1	10
4,2	11
4,2	13
4,3	15
4,4	18
4,4	20
4,5	19
4,5	24
4,6	26
4,7	28
4,8	30
5	31



Graf 1: Vzdálenost rotující a nerotující koule od ústí fukaru v závislosti na jeho výkonu

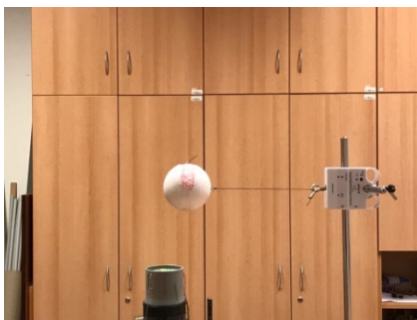
### 5.2.5 Posouzení vlivu rotace

Nelze říci, že rozdíly v chování rotující a nerotující koule jsou natolik velké, aby mělo smysl provádět měření zvlášť také pro nerotující kouli. Přidané závaží navíc znesnadňuje provedení pokusu, protože zatížená koule vyžaduje větší výkon fukaru, je méně stabilní a má větší tendenci se vychýlit a spadnout na zem před ukončením měření.

## 5.3 Měření síly vtahující kouli do středu proudění

První experiment je inspirován již publikovaným experimentem<sup>6</sup> k tématu Bernoulli ball, ve kterém byly sledovány především síly působící na kouli umístěné před ústí rychle proudícího vzduchu. Polystyrenovou kouli spojíme se siloměrem upevněným horizontálně, kolmo ke směru proudění vzduchu z fukaru (viz obrázek 31). V průběhu pokusu vychylujeme kouli ze středu proudění právě posunutím siloměru, ke kterému je připevněna. Vzdálenost, o kterou je koule vychýlena, určíme měřením vzdálenosti posunutí stojanu se siloměrem. Takto získáme vzdálenost koule od pomyslné osy ústí fukaru pro každou naměřenou velikost síly. Graf získaných hodnot ukazuje očekávanou skutečnost; při vychylování koule směrem ven ze vzdušného proudu roste síla, jež táhne kouli zpět, tedy působí proti změně. V určitém bodě koule dosáhne maximální vzdálenosti, ve které je ještě nadnášena silou proudění a přitom vtahována zpět do jeho středu nejvyšší možnou silou. Při pokračování ve vychylování koule padá na zem a působící síla samozřejmě klesá na nulovou hodnotu.

<sup>6</sup> Physics education, viz [1]

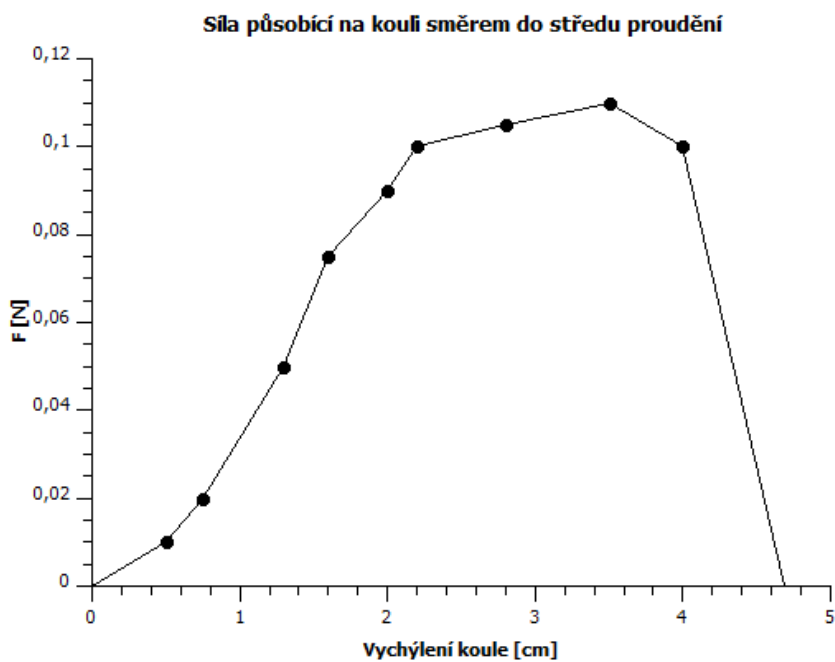


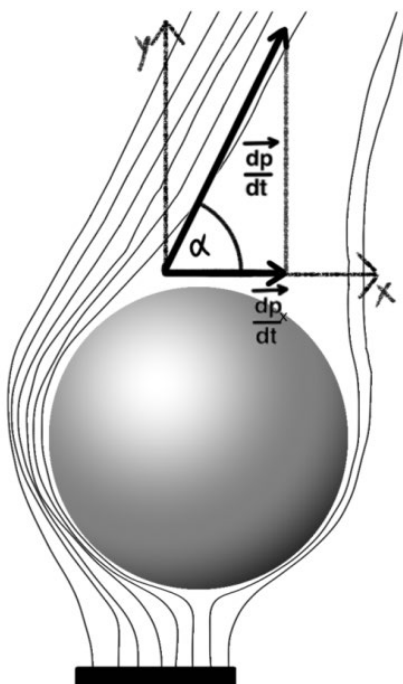
Obrázek 32: Měření síly působící na kouli směrem do středu proudění

Tabulka 4: Závislost působící síly na vychýlení koule

Vychýlení koule [cm]	Síla [N]
0	0
0,5	0,01
0,75	0,02
1,3	0,05
1,6	0,075
2	0,09
2,2	0,1
2,8	0,105
3,5	0,11
4	0,1
4,7	0

Graf 2: Závislost působící síly na vychýlení koule





Obrázek 33: Náčrtek zobrazující směr hybnosti odkloněného proudění a složku hybnosti ve směru osy x

Z tohoto experimentu vyplývá, že boční síla na kouli působí jen v případě, že je koule obtékána vzduchem asymetricky. Zde je toho docíleno úmyslným vychýlením koule z její přirozené pozice. Pokud se ovšem jedná o kouli ve skloněném proudě vzduchu (viz 5.4), pak se koule bez našeho zásahu dostává do pozice, kdy je její těžiště pod osou proudění, a opět tak dochází k asymetrickému obtékání koule vzduchem, přičemž vzniká vertikální síla vyrovnávající sílu gravitační a udržující kouli ve vzduchu.

Zároveň toto měření prokazuje, že je vhodné zvolit kouli o průměru větším, než je průměr proudě vzduchu. Za takových podmínek se nejlépe projeví asymetričnost obtékání koule vzduchem, když k ní dochází. Jestliže bychom uvažovali kouli v nekonečně širokém proudě vzduchu, pak by se tato asymetričnost vůbec neprojevila a ve skloněném proudě by neexistoval důvod k tomu, aby se koule udržela ve vzduchu. To je například v rozporu s tím, co je psáno v článku<sup>7</sup> publikovaném na stránce physics.org, která patří pod britský institut fyziky. Tento článek naopak doporučuje použití koule s menším poloměrem než je šířka proudění.

### 5.3.1 Úhel odklonění vzdušného proudě

Na povrch koule upevníme krátkou šňůrku, jež má zviditelnit směr proudění vzduchu za koulí. V průběhu experimentu je pořízena fotografie koule a na ní vlající šňůrce. Z fotografie je možné přibližně určit hledaný úhel. Experiment provedeme dvakrát a při rozdílném výkonu fukaru. Hybnost masy vzduchu v horizontální ose je před vychýlením koule nulová, po

<sup>7</sup> Viz [10]



vychýlení koule proto změna hybnosti, tedy vzniklá síla, odpovídá hybnosti masy vzduchu v horizontální ose (viz obrázek 32).

$$p = 1,2 \cdot 2,83 \cdot 10^{-3} \cdot 16,5^2 \cong 0,92 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$|\vec{F}| = p \cdot \cos \alpha = 0,92 \cdot \cos 67^\circ \cong 0,36 \text{ N}$$

$$p = 1,2 \cdot 2,83 \cdot 10^{-3} \cdot 19,2^2 \cong 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$|\vec{F}| = p \cdot \cos \alpha = 1,25 \cdot \cos 58^\circ \cong 0,66 \text{ N}$$

Siloměrem byly změřeny síly o velikostech 0,33 N a 0,45 N.

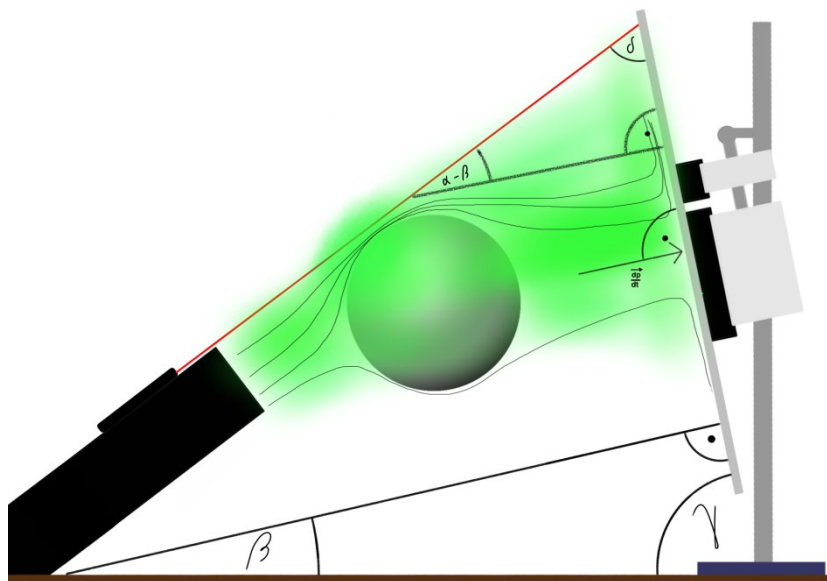
Výsledky řádově odpovídají skutečnosti. V prvním měření odchylka činí 11 %, v druhém pak 47 %. Nelze tedy říci, že by měření bylo dostatečně přesné. Odchylka může být velkou měrou způsobena nejen nepřesností měření (především úhlů), ale také předpokladem, že rychlost vzduchu zůstává stejná i po jeho kontaktu s koulí a následném odklonění.

## 5.4 Experiment po naklonění fukaru

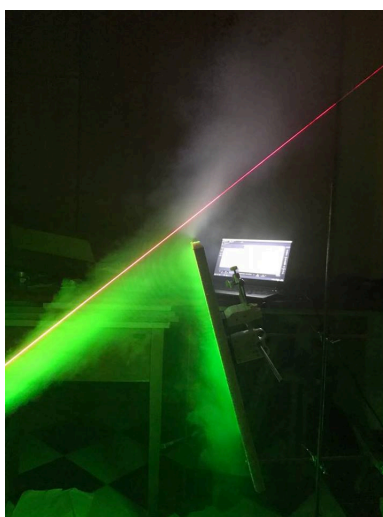
Nejprve provedeme zkušební pokus bez měření síly působící na desku. Při tomto pokusu se koule po naklonění fukaru volně vznáší v okolním vzdušném proudění. Prvním zjištěním je, že pro udržení koule ve vzduchu je dostačující relativně malý výkon fukaru. Pro takto nízký výkon už není možné použít metodu zvukových frekvencí při nastavování výkonu, jelikož hledaná frekvence produkovaná ventilátorem není odlišitelná od okolního šumu. Použitím desky a sledováním velikosti síly na ni působící po zapnutí fukaru však lze nastavit požadovaný výkon takto přímo a dokonce přesněji.

### 5.4.1 Měření úhlů

Měření úhlu sevřeného osou odkloněného proudu vzduchu a zemí vychází z toho, že polystyrenová deska vždy musí být nastavena kolmo vůči proudu vzduchu. Dále je deska „prodloužena“ tyčí až k zemi. Vznikne pomyslný pravoúhlý trojúhelník, v němž jediným neznámým úhel je onen hledaný úhel (viz. obr. 33). Obdobně je možné sestavit pravoúhlý trojúhelník obsahující úhel, pod jakým koule odklonila proud vzduchu od jeho původního směru. Původní směr znázorňuje laser připevněný na ústí fukaru, jehož paprsek (také zviditelněný glycerolem) je rovnoběžný s osou proudění před kontaktem s koulí a ukazuje, kudy by vzduch proudil nebýt vznášející se koule. Druhým úhlem zde vzniklého trojúhelníku je právě úhel mezi přímkou určenou laserem a polystyrenovou deskou (případně opět prodlouženou o tyč).



Obrázek 34: Náčrtek znázorňující měření potřebných úhlů. Úhel  $\alpha$  svírá proud vzduchu s pevnou podložkou (zemí) před kontaktem s koulí, úhel  $\beta$  svírá pomyslná osa již odkloněného proudění s pevnou podložkou (zemí) a úhly  $\gamma$  a  $\delta$  jsou úhly, které je možné měřit ručně a poté dopočítat ty hledané



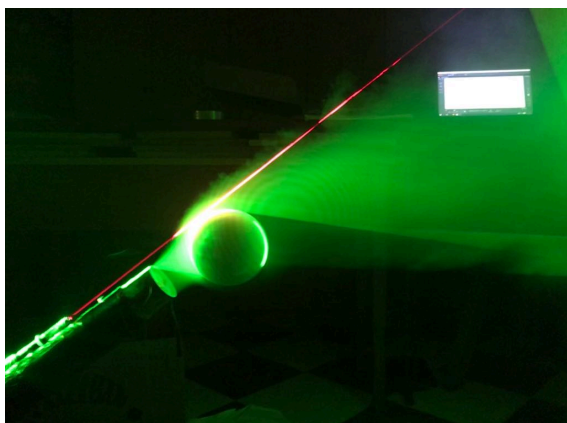
Obrázek 35: Červený laser je rovnoběžný se směrem proudu vzduchu (zvýrazněného zeleným laserem)

#### 5.4.2 Síla držící kouli ve vzduchu

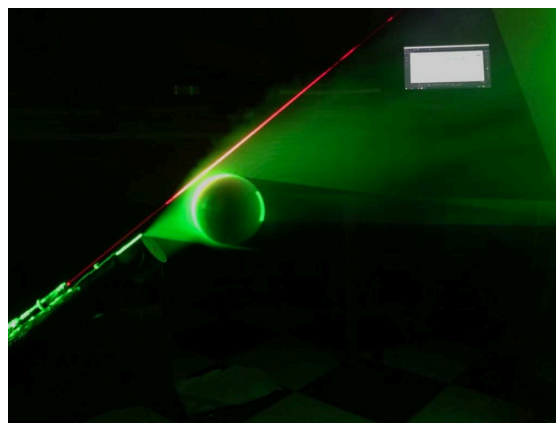
Jedná se o hlavní experiment celé práce, jehož výsledek by měl naplnit stanovené cíle a odpovědět na otázku, co stojí za tím, že se koule ve vzduchu vznáší a nepadá?

Nejprve je změřena síla, kterou na desku působí proud vzduchu bez vznášející se koule. Poté přidáme kouli, desku nastavíme kolmo vůči odkloněnému proudění a zaznamenáme změřenou sílu. Zároveň jsou dříve popsanou metodou měřeny potřebné úhly. Měření je několikrát zopakováno při různém výkonu fukaru a různých úhlech.

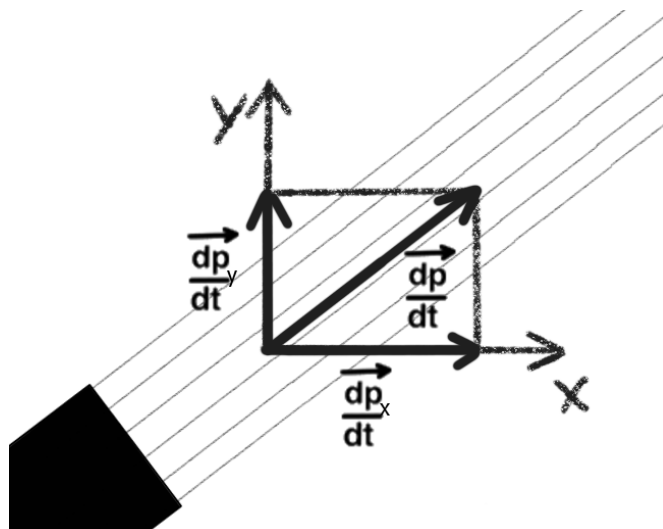
Výsledkem každého měření jsou dva vektory. Jejich směr je dán směrem proudění vzduchu a velikost odpovídá změřené síle. Prostor, v němž pokus probíhá, je uvažován jako dvojrozměrný, určený rovinou, v níž je glycerol nasvícen laserem. Oba vektory mají počátek ve stejném bodě, což v realitě odpovídá místu kontaktu proudu vzduchu s koulí. Po rozložení vektorů na jejich horizontální (osa  $x$ ) a vertikální (osa  $y$ ) složky (viz obrázky 37 a 38) bylo zřejmé, že k výrazné změně hybnosti docházelo pouze ve vertikální ose, zatímco v horizontální ose byla změna hybnosti zanedbatelná či skoro žádná. Takové výsledky byly v souladu s tím, že se při pokusu koule držela v ustálené pozici (případně se pomalu pohybovala ve směru od ústí fukaru a poté zpět k ústí – kmitala). To znamená, že výslednice sil na ni působících by měla být nulová. Pokud by byla zaznamenána změna hybnosti ve směru osy  $x$ , pak by na kouli působila síla ve směru opačném změně hybnosti a koule by se musela po spuštění experimentu tímto směrem začít pohybovat. Změna hybnosti ve vertikálním směru by pak měla být síla kompenzující gravitační sílu působící na kouli.



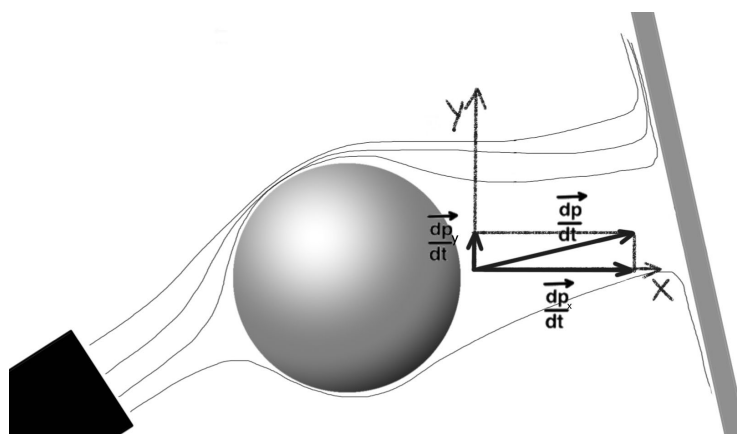
Obrázek 36: Průběh experimentu. Na fotce je viditelné odklonění proudu vzduchu



Obrázek 37: Průběh experimentu



Obrázek 38: Náčrtek znázorňující hybnost vzduchu a její složky ve směrech os x a y



Obrázek 39: Náčrtek znázorňující hybnost vzduchu a její složky ve směrech os x a y po odklonění proudění od jeho původní osy

Tabulka 2: Síla proudu vzduchu působící na desku před odklonění proudění ( $F_1$ ) a po odklonění ( $F_2$ ), úhly  $\alpha$  a  $\beta$  (viz. obr. 32) a složky sil  $F_1$  a  $F_2$  v horizontální a vertikální ose

Měření	$F_1$ [N]	$F_2$ [N]	$\alpha$ [°]	$\beta$ [°]	$\alpha - \beta$ [°]	$F_{1x}$ [N]	$F_{2x}$ [N]	$F_{1y}$ [N]	$F_{2y}$ [N]
1	0,7	0,59	44	30	14	0,504	0,511	0,486	0,295
2	0,7	0,57	53	41	12	0,421	0,43	0,559	0,374
3	0,66	0,52	45	30	15	0,467	0,45	0,467	0,26
4	0,66	0,54	41	28	13	0,498	0,477	0,433	0,254
5	0,8	0,6	46	33	13	0,556	0,503	0,575	0,327
6	0,8	0,64	52	42	10	0,493	0,476	0,63	0,428

### 5.4.2.1 Horizontální složka síly

V tabulce níže můžeme vidět porovnání horizontálních složek obou vektorů v rámci jednoho měření. Horizontální složku vektoru pro proud vzduchu bez umístění koule byla dělena horizontální složkou druhého vektoru. V ideálním případě by výsledkem vždy mělo být číslo 1, což značí nulovou změnu.

Tabulka 3: Podíl horizontálních složek sil  $F_1$  a  $F_2$

$F_{1x} / F_{2x}$
0,985
0,979
1,036
1,045
1,104
1,036

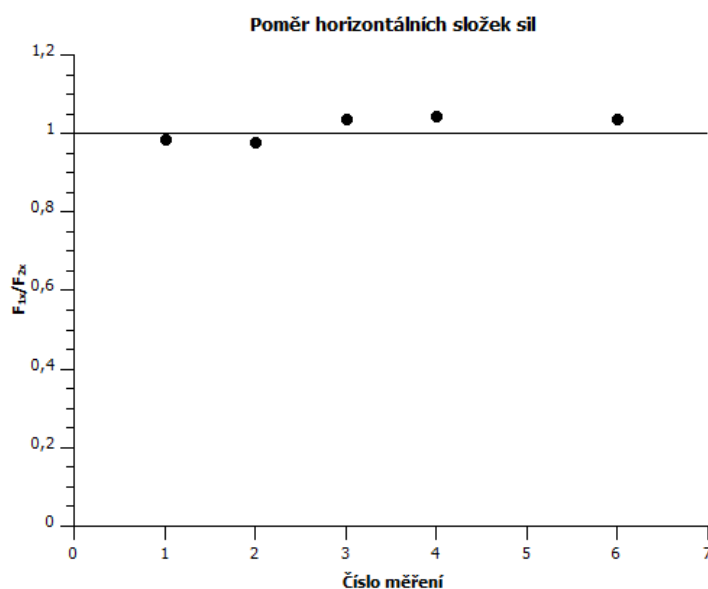
Směrodatná odchylka:

$$\sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}} = 0,046$$

Kde  $x$  vyjadřuje  $x$ -tý prvek,  $\bar{x}$  průměr všech hodnot a  $n$  počet prvků.

Na základě této odchylky vyřazujeme 5. měření, neboť při něm došlo k významné chybě.

Graf 3: Podíl horizontálních složek sil  $F_1$  a  $F_2$ , ideální výsledek, tedy 1, je vyznačen černou úsečkou



Z grafu je zřejmé, že podíl horizontálních složek sil se vždy pohybuje okolo 1, tudíž nedochází ke změně hybnosti v horizontálním směru a tím pádem ani ke vzniku boční síly působící na kouli.

### 5.4.2.2 Vertikální složka síly

Ve druhé tabulce pak vidíme změnu hybnosti ve vertikálním směru, po odečtení vertikální složky vektoru určeného prouděním s přítomnou koulí od vertikální složky vektoru určeného proudem vzduchu bez přítomnosti koule by zde měla vycházet změna hybnosti, resp. síla odpovídající zhruba 0,21 N, jelikož hmotnost koule je přibližně 21 gramů.

Tabulka 4: Rozdíl vertikálních složek sil  $F_1$  a  $F_2$

$F_{1y} - F_{2y}$
0,191
0,185
0,207
0,179
0,249
0,202

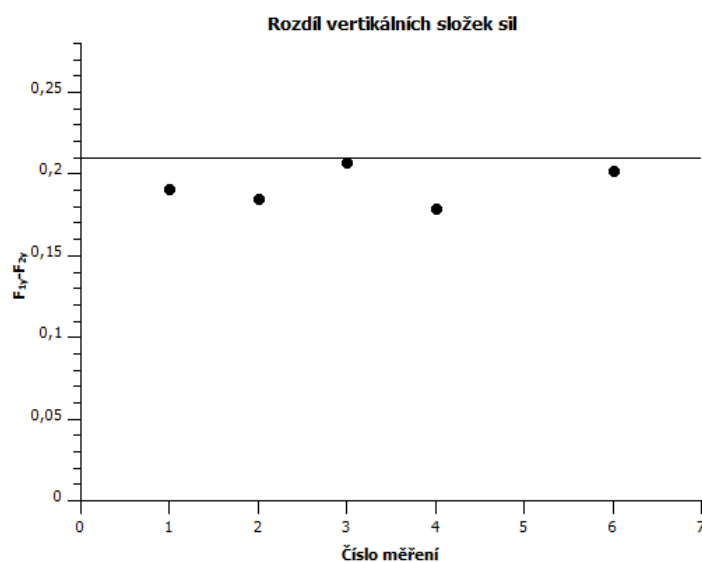
Směrodatná odchylka:

$$\sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}} = 0,025$$

Kde  $x$  vyjadřuje  $x$ -tý prvek,  $\bar{x}$  průměr všech hodnot a  $n$  počet prvků.

Na základě této odchylky opět vyřazujeme 5. měření, neboť při něm došlo k významné chybě.

Graf 4: Rozdíl vertikálních složek sil  $F_1$  a  $F_2$ , ideální výsledek, tedy 0,21 N, je vyznačen černou úsečkou



Změna hybnosti ve vertikálním směru ve všech případech přibližně odpovídá síle potřebné k vyrovnání gravitační síly působící na kouli.

## 6 ZÁVĚR

Cílem práce bylo především ověřit a dokázat správnost vysvětlení jevu zvaného Bernoulli ball, tedy koule vznášející se v proudu vzduchu. Toho mělo být dosaženo za použití relativně běžného, laboratorního i „nelaboratorního“ vybavení.

Bylo experimentálně vyvráceno obvyklé vysvětlení, že v proudícím vzduchu je podle Bernoulliho rovnice nižší tlak, který je příčinou udržení koule ve vzduchu. Přitom bylo poukázáno na jev, jenž může stát za nesprávným výsledkem měření tlaku uvnitř proudění – naměření podtlaku, případně přetlaku. Jestliže je k měření použita trubice s oblým zakončením, pak okolo něj dochází k zatáčení molekul vzduchu a dostředivá síla na ně působící má původ v rozdílu tlaků vzduchu – vně oblouku tlak roste a na jeho vnitřní straně naopak klesá.

Práce experimentálně dokazuje, že silové působení proudu vzduchu na kouli odpovídá jeho změně hybnosti. V případě skloněného proudění odpovídá tato změna ve vertikální ose velikosti gravitační síly působící na kouli, kterou tak vyrovnává, a v horizontální ose pak nesledujeme žádnou změnu, což odpovídá tomu, že se koule ve vzduchu drží na jednom místě, resp. kmitá okolo tohoto bodu.

Dále byl vyvozen závěr, že Magnusův jev má na experiment jen nevýrazný vliv, jelikož rychlost samovolné rotace koule dosahuje na jejím povrchu pouze zhruba 10 % rychlosti okolního proudění.

Závěrem tedy je, že jev levitace koule (míčku) v proudícím vzduchu by měl být vysvětlován na základě druhého a třetího Newtonova pohybového zákona a nikoliv na základě Bernoulliho rovnice.

## 7 POUŽITÁ LITERATURA

- [1] López-Arias, T et al. Forces acting on a ball in an air jet. Vyd. *Physics education*, 2011. **46** (2), str. 146. Abstrakt: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9120/46/2/001>
- [2] Weltner, Klaus. Bernoulli's law and aerodynamic lifting force. Vyd. *The Physics Teacher*, 1990. **28**, str. 84. Abstrakt: <https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.2342945>
- [3] Proudění kapalin a plynů. *Elektronická učebnice*. [Online] [Citace: 2. 1. 2019]. Dostupné z: <https://eluc.kr-olomoucky.cz/verejne/lekce/1684>.
- [4] Bernoulliho rovnice. *Elektronická učebnice*. [Online] [Citace 2. 1. 2019]. Dostupné z: <https://eluc.kr-olomoucky.cz/verejne/lekce/1685>.
- [5] Newtonovy pohybové zákony. *Wikipedie*. [Online] [Citace: 5. 1. 2019]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Newtonovy\\_pohybové\\_zákony](https://cs.wikipedia.org/wiki/Newtonovy_pohybové_zákony).
- [6] Coandă effect. *Wikipedia*. [Online] [Citace: 5. 1. 2019]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Coand%C4%83\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Coand%C4%83_effect).
- [7] Rovnice kontinuity. *Wiki skripta*. [Online] [Citace: 16. 1. 2019]. Dostupné z: [https://www.wikiskripta.eu/w/Rovnice\\_kontinuity](https://www.wikiskripta.eu/w/Rovnice_kontinuity)
- [8] Šplíchal, Petr. Magnusův efekt. ČVUT. Semestrální práce, vyd. 1. 5. 2017. [Online] [Citace: 17. 1. 2019]. Dostupné z: [http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Toky/Predmety/YRIM/Seminarni\\_prace+prezentace/2017/seminarni\\_%20prace/%C5%A0PL%C3%8DCHAL\\_Magnus%C5%AFv\\_efekt.pdf](http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Toky/Predmety/YRIM/Seminarni_prace+prezentace/2017/seminarni_%20prace/%C5%A0PL%C3%8DCHAL_Magnus%C5%AFv_efekt.pdf)
- [9] Magnus effect. *Human Kinetics*. [Online] [Citace: 8. 1. 2019]. Dostupné z: <http://www.humankinetics.com/excerpts/excerpts/magnus-effect>
- [10] Bernoulli Balls. *Institute of Physics*. [Online] [Citace: 9. 1. 2019]. Dostupné z: <http://www.physics.org/interact/physics-to-go/bernoulli-balls/index.html>

## 8 SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ

Obr. 1: Grafické znázornění rovnice kontinuity.....	9
Obr. 2: Grafické znázornění Bernoulliho rovnice.....	11
Obr. 3: Grafické znázornění Coandova efektu.....	12
Obr. 4: Grafické znázornění Coandova efektu.....	12
Obr. 5: Grafické znázornění Coandova efektu.....	12
Obr. 6: Grafické znázornění koule ve vzdušném proudu.....	13
Obr. 7: Grafické znázornění Magnusova jevu .....	13
Obr. 8: Fotografie fukaru a transformátoru.....	14
Obr. 9: Informační štítek anemometru .....	15



Obr. 10: Fotografie anemometru s připojenou Prandtlovou trubicí .....	15
Obr. 11: Ilustrace gradientu tlaku v proudění vzduchu okolo zakřiveného povrchu .....	16
Obr. 12: Fotografie nesprávného umístění konce trubice do středu proudění .....	16
Obr. 13: Fotografie výsledku měření tlaku – je naměřen podtlak.....	16
Obr. 14: Fotografie zakřiveného plíšku na konci trubice.....	17
Obr. 15: Fotografie výsledku měření – je naměřen podtlak.....	17
Obr. 16: Fotografie zakřiveného plíšku na konci trubice.....	18
Obr. 17: Fotografie výsledku měření – je naměřen přetlak.....	18
Obr. 18: Fotografie ploché destičky na konci trubice .....	19
Obr. 19: Fotografie výsledku měření tlaku – tlak uvnitř proudu je roven tlaku vně.....	19
Obr. 20: Fotografie správného umístění konce trubice do středu proudění .....	19
Obr. 21: Fotografie výsledku měření tlaku – tlak uvnitř proudu je roven tlaku vně.....	19
Obr. 22: Fotografie měření rychlosti proudění vzduchu .....	21
Obr. 23: Fotografie umístění konce Prandtlovy trubice do nasávací trubice fukaru.....	21
Obr. 24: Model rychlostního profilu proudění .....	22
Obr. 25: Model znázorňující vypočítanou střední rychlost proudění.....	22
Obr. 26: Fotografie proudu vzduchu zvýrazněný dýmem a laserem .....	24
Obr. 27: Fotografie aparatury s deskou připevněnou na rybářský prut.....	25
Obr. 28: Fotografie měření síly působící na desku .....	25
Obr. 29: Fotografie magnetických siloměrů umístěných na desku .....	26
Obr. 30: Fotografie rotující koule .....	28
Obr. 31: Fotografie měření pozice koule vzhledem k ústí fukaru.....	29
Obr. 32: Fotografie měření síly působící na kouli směrem do středu proudění.....	31
Obr. 33: Grafické znázornění směru hybnosti odkloněného proudění.....	32
Obr. 34: Grafické znázornění měření potřebných úhlů.....	34
Obr. 35: Fotografie zvýraznění původního směru proudění červeným laserem .....	34
Obr. 36: Fotografie průběhu experimentu.....	35
Obr. 37: Fotografie průběhu experimentu.....	35
Obr. 38: Grafické znázornění hybnosti vzduchu a jejích složek v osách x a y .....	36
Obr. 39: Grafické znázornění hybnosti vzduchu a jejích složek po odklonění proudu .....	36
Tab. 1: Rychlostní profil proudění vzduchu kolmým průřezem nasávací trubice .....	23
Tab. 2: Vzdálenost rotující koule od ústí fukaru .....	29
Tab. 3: Vzdálenost nerotující koule od ústí fukaru .....	29
Tab. 4: Závislost působící síly na vychýlení koule .....	31
Tab. 5: Výsledky měření změny hybnosti proudu vzduchu.....	36
Tab. 6: Podíl horizontálních složek sil $F_1$ a $F_2$ .....	37
Tab. 7: Rozdíl vertikálních složek sil $F_1$ a $F_2$ .....	38
Graf 1: Vzdálenost rotující a nerotující koule od ústí fukaru.....	30
Graf 2: Závislost působící síly na vychýlení koule .....	31
Graf 3: Podíl horizontálních složek sil $F_1$ a $F_2$ .....	37
Graf 4: Rozdíl vertikálních složek sil $F_1$ a $F_2$ .....	38